

В термодинамике функцией процесса является работа  $l$  и ее дифференциал есть неполным. Теплота  $q$  является функцией двух величин, одна из которых относится к функции процесса и поэтому ее дифференциал неполный.

Для полного дифференциала принят символ  $d$  ( $dp$ ,  $dx$  и т.д.), для неполного — символ  $\delta$  ( $\delta l$ ,  $\delta q$ ).

## 2.8. Термодинамические процессы идеальных газов в закрытых системах

Изменением двух параметров состояния определяется изменение состояния системы, а следовательно, и остальных параметров. Однако немаловажный практический интерес представляют частные термодинамические процессы: изохорный ( $dv = 0$ ), протекающий при постоянном объеме; изобарный ( $dp = 0$ ) — при постоянном давлении; изотермический ( $dT = 0$ ) — при постоянной температуре; адиабатный ( $\delta q = 0$ ), протекающий без теплообмена с окружающей средой. Обобщающим процессом, охватывающим всю совокупность основных термодинамических процессов, является политропный процесс.

Задача анализа термодинамического процесса — установление закономерностей изменения параметров состояния рабочего тела и особенностей превращения энергии в данном процессе.

**Изохорный процесс** определяется условием  $dv = 0$ , т. е.  $v = \text{const}$ . Графики процесса представлены на рис. 2.7. Из уравнения состояния следует, что  $R/v = p/T = \text{const}$ , т. е. давление идеального газа пропорционально его абсолютной температуре.

Так как  $dv = 0$ , то работа расширения-сжатия в этом процессе не совершается.

Из первого закона термодинамики с учетом уравнения (2.42) будем иметь

$$\delta q = Tds = c_v dT = du, \quad (2.49)$$

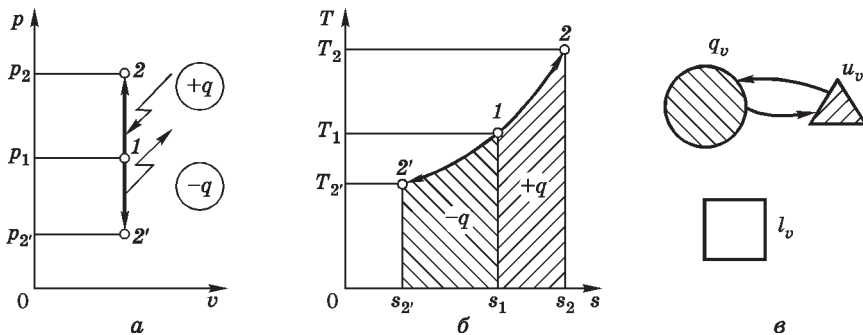


Рис. 2.7. Изображение изохорного процесса в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах

т. е. вся подведенная (отведенная) теплота идет на изменение внутренней энергии тела. Принимая, что  $c_v = \text{const}$ , получим

$$q = \Delta u = c_v(T_2 - T_1). \quad (2.50)$$

Учитывая, что в данном случае  $v_1 = v_2$ , из уравнения (2.44) следует, что

$$\Delta s_v = s_2 - s_1 = c_v \ln(T_2/T_1), \quad (2.51)$$

т. е. в  $T-s$ -координатах изохорный процесс описывается логарифмической зависимостью. При  $ds > 0$  (процесс  $1-2$ ) теплота подводится к рабочему телу, при  $ds < 0$  (процесс  $1-2'$ ) теплота отводится. Подкасательная (отрезок  $c_v ds$  на оси абсцисс) определяет значение теплоемкости. Площадь под кривой процесса в  $T-s$ -координатах (заштрихованная площадь) определяет количество теплоты, которое подводится в этом процессе (с учетом масштаба диаграммы).

Если величину  $\delta q$  изобразить условно кругом, работу — прямоугольником, а внутреннюю энергию — треугольником, то схема энергобаланса будет иметь вид, показаний на рис. 2.7, в.

**Изобарный процесс** характеризуется постоянным значением давления ( $p = \text{const}$ ). Из уравнения состояния идеального газа получим  $v/T = R/p = \text{const}$ , т. е. в изобарном процессе объем газа пропорционален его абсолютной температуре.

Работа, совершаемая 1 кг газа,

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = p(v_2 - v_1). \quad (2.52)$$

В  $p-v$ -координатах работа  $l$  численно равна площади под кривой процесса  $1-2$  (рис. 2.8). На этом рисунке линия  $1-2$  изображает процесс расширения (работа положительная), а линия  $1-2'$  — процесс сжатия (работа отрицательная).

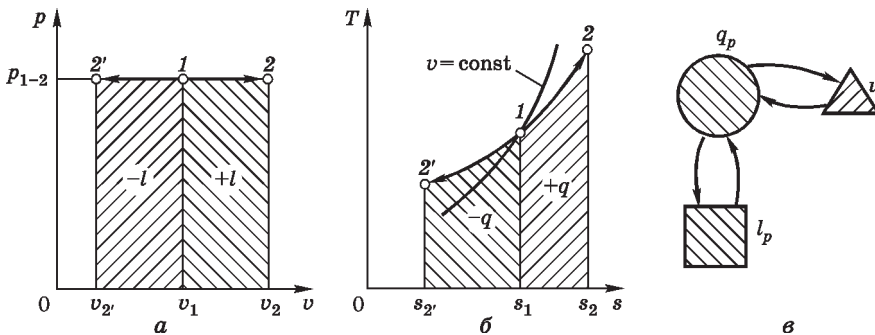


Рис. 2.8. Изображение изобарного процесса в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах

Количество теплоты, которое подводится к рабочему телу или отводится от него в предложении, что теплоемкость  $c_p$  — величина постоянная,

$$q = \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = c_p(T_2 - T_1). \quad (2.53)$$

Из уравнения состояния следует, что теплота в данном случае расходуется как на совершение работы, так и на изменения внутренней энергии. Если обратиться к уравнению (2.45), то получим, что в данном случае

$$\delta q = dh, \quad (2.54)$$

т. е. теплота, подведенная к рабочему телу или отведенная от него в изобарном процессе, приводит к изменению его энтальпии. Согласно уравнению (2.46) при  $p = \text{const}$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (2.55)$$

т. е. на  $T-s$ -диаграмме изобарный процесс изображается логарифмической функцией. Так как  $c_p > c_v$ , то в  $T-s$ -координатах диаграмма идет более полого, чем изохора. На рис. 2.8 процесс  $1-2$  протекает с подведением теплоты ( $\Delta s > 0$ ), а процесс  $1-2'$  — с отведением ее ( $\Delta s < 0$ ).

Количество теплоты, подведенной к рабочему телу, равно площади под кривой процесса  $1-2$ . Как указывалось выше, в данном случае оно равно  $\Delta h$ . Схема энергобаланса процесса показана на рис. 28, в.

**Изотермический процесс** характеризуется постоянной температурой. Из уравнения состояния следует, что  $p_1/p_2 = v_2/v_1$ , т.е. объем и давление идеального газа обратно пропорциональны.

В  $p-v$ -координатах (рис. 2.9) изотермический процесс изображается равнобокой гиперболой:  $1-2$  — процесс расширения,  $1-2'$  — процесс

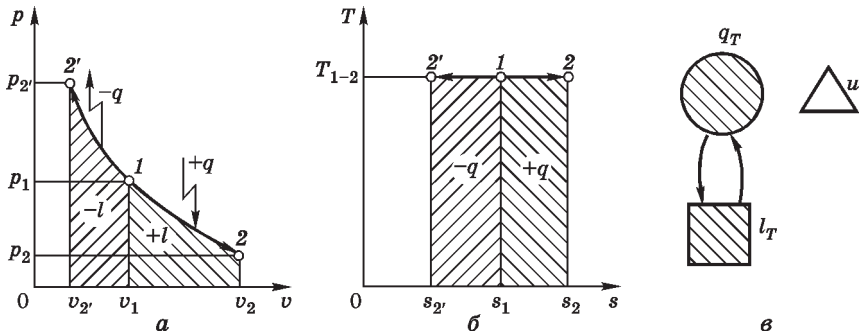


Рис. 2.9. Изображение изотермического процесса в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах

сжатия. В  $T$ — $s$ -координатах процесс  $1-2$  протекает с подведением теплоты, а процесс  $1-2'$  — с отведением ее.

Работа процесса

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} RT dv/v = RT \ln(v_2/v_1) = RT \ln(p_1/p_2). \quad (2.56)$$

Так как  $T = \text{const}$ , то из уравнений (2.28) и (2.47) следует, что  $\Delta U = 0$  и  $\Delta h = 0$ . Поэтому вся подведенная к рабочему телу теплота расходуется на совершение работы, т.е.

$$q = l \quad (2.57)$$

Из уравнений (2.51) и (2.46) вытекает, что изменение энтропии в изотермическом процессе

$$s_2 - s_1 = R \ln(v_2/v_1) = R \ln(p_1/p_2). \quad (2.58)$$

В соответствии с зависимостью (2.22) теплоемкость изотермического процесса  $c_T = \pm\infty$ . Схема энергобаланса процесса показана на рис. 2.9, в.

**Адиабатный процесс** — это процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой:  $\delta q = 0$ .

Из уравнения первого закона термодинамики следует, что

$$c_p dT = v dp = 0;$$

$$c_v dT = -p dv = 0.$$

Поделив первое уравнение на второе и учитывая, что  $c_p/c_v = k$ , получим  $k = -v dp/p dv$  или  $k dv/v + dp/p = 0$ , откуда

$$k \ln \frac{v_2}{v_1} + \ln \frac{p_2}{p_1} = 0,$$

т.е.

$$p v^k = \text{const}. \quad (2.59)$$

Уравнение (2.59) является уравнением адиабатного процесса, а  $k$  — показателем адиабаты [см. (2.28)]. Поскольку  $k > 1$ , то в  $p$ — $v$ -координатах линия адиабаты идет круче изотермы.

Для состояний 1 и 2 при адиабатном процессе, учитывая (2.59), получим

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^k; \quad (2.60)$$

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1}; \quad (2.61)$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}. \quad (2.62)$$

Согласно первому закону термодинамики работа расширения совер-

шается за счет внутренней энергии:

$$l = \Delta u = c_v(T_1 - T_2). \quad (2.63)$$

С учетом зависимостей (2.26) и (2.28) будем иметь

$$l = \frac{k}{k-1}(T_1 - T_2) = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

После простых преобразований получим

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]. \quad (2.64)$$

Работа  $l$  численно равна площади под кривой 1—2 (рис. 2.10). В данном случае  $\Delta v > 0$  и поэтому  $l > 0$ .

Поскольку при адиабатном процессе  $\delta q = 0$ , то  $ds = 0$ , следовательно,

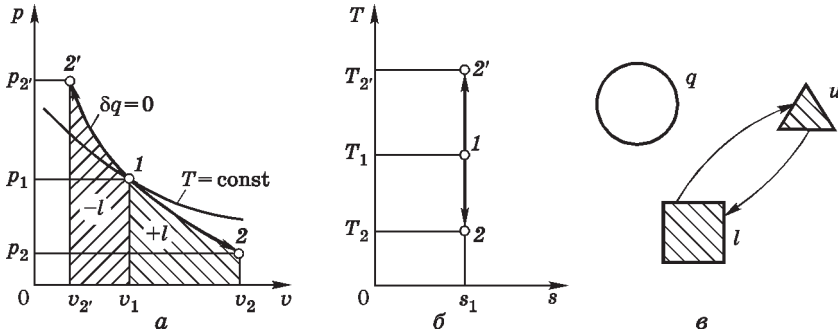


Рис. 2.10. Изображение адиабатного процесса в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах

$s = \text{const}$ . Адиабатный обратимый процесс является изоэнтропийным, т. е. протекает при постоянном значении энтропии. На рис. 2.10 линия 1—2 соответствует расширению рабочего тела (процесс сопровождается уменьшением температуры), а линия 1—2' — сжатию рабочего тела.

Согласно уравнению (2.22) при адиабатном процессе теплоемкость равна нулю. Схема энергобаланса процесса показана на рис. 2.10, в.

**Политропный процесс** характеризуется тем, что он протекает в идеальном газе при постоянном значении теплоемкости, которая может иметь любое числовое значение от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Для политропного процесса доля количества теплоты, расходуемой на изменение внутренней энергии, остается неизменной:

$$q = \Delta u/q = \text{const}.$$

Выведем уравнение политропы. Пусть  $c_{\text{п}}$  — теплоемкость поли-

тропного процесса. В соответствии с уравнениями (2.16), (2.19) и (2.24) получим

$$(c_{\pi} - c_v) dT = p dv.$$

Используя уравнение (2.45), после ряда преобразований будем иметь

$$(c_{\pi} - c_p)/(c_{\pi} - c_v) = -v dp/(p dv).$$

Так как из определения политропного процесса следует, что теплоемкость — величина постоянная, то, обозначив

$$(c_{\pi} - c_p)/(c_{\pi} - c_v) = n, \quad (2.65)$$

после интегрирования получим

$$p v^n = \text{const}. \quad (2.66)$$

Уравнение (2.66) называется уравнением политропного процесса, а  $n$  — показателем политропы.

По аналогии с выражениями (2.60)—(2.62) для политропы справедлива следующая связь между основными параметрами состояния:

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^n; \quad (2.67)$$

$$T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1}; \quad (2.68)$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}. \quad (2.69)$$

Работу политропного процесса можно определить по формуле, аналогичной формуле (2.64), заменив  $k$  на  $n$ :

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \quad (2.70)$$

Выражение для теплоемкости идеального рабочего тела в политропном процессе вытекает из формулы (2.65):

$$c_{\pi} = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (2.71)$$

Изменение энтропии

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T} = c_{\pi} \ln \frac{T_2}{T_1} = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (2.72)$$

Политропный процесс включает в себя всю совокупность основных термодинамических процессов, поэтому имеет и обобщающее значение. На самом деле из уравнений (2.66) и (2.71) нетрудно заключить, что при  $n = \pm\infty$   $c_{\pi} = c_v$  и  $v = \text{const}$  (изохорный процесс);

- при  $n = 0$   $c_{\Pi} = c_p$  и  $p = \text{const}$  (изобарный процесс);
- при  $n = 1$   $c_{\Pi} = \infty$  и  $px = \text{const}$  (изотермический процесс);
- при  $n = k$   $n_{\Pi} = 0$  и  $px^k = \text{const}$  (адиабатный процесс).

На рис. 2.11 в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах приведены совмещенные графические зависимости различных термодинамических процессов.

Рассмотрим процесс расширения газа. При изменении значения  $n$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  все рассматриваемые политропные процессы можно разбить на три группы.

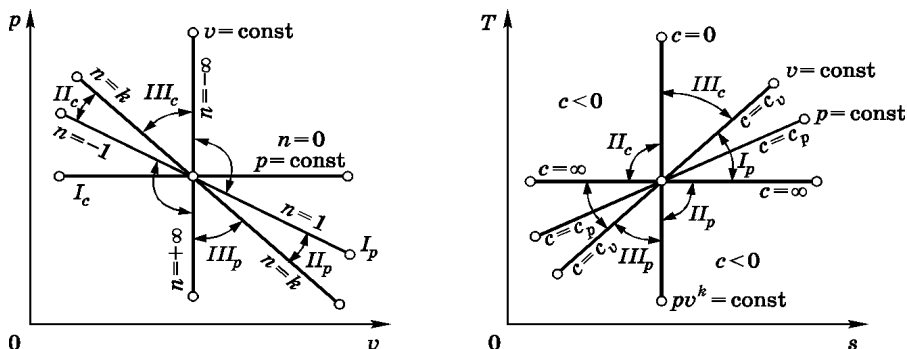


Рис. 2.11. Совмещение диаграмм различных термодинамических процессов в  $p-v$ - и  $T-s$ -координатах

Для первой группы при  $-\infty < n < 1$   $dT > 0$ , следовательно,  $du = c_v dT > 0$  и  $dh = c_p dT > 0$ . На этом участке политропных процессов  $ds > 0$ , а значит, и  $\delta q > 0$ . Отсюда следует, что теплоемкость  $c_{\Pi} = \delta q / dT > 0$ . Подведенное к газу количество теплоты расходуется на совершение работы расширения и на увеличение внутренней энергии.

Для второй группы при  $1 < n < k$   $dT < 0$ . Отсюда следует, что  $du < 0$  и  $dh < 0$ . Так как  $ds > 0$ , то  $\delta q > 0$ , а теплоемкость  $c_{\Pi} = \delta q / dT < 0$ . Для термодинамических процессов этой группы характерно то, что работа совершается как за счет подводимого количества теплоты, так и за счет внутренней энергии.

Для третьей группы при  $k < n < +\infty$   $dT < 0$ ,  $du < 0$  и  $dh < 0$ . Так как  $ds < 0$ , то  $\delta q < 0$  и теплоемкость положительна ( $c_{\Pi} > 0$ ). В этих процессах работа расширения совершается за счет внутренней энергии. В то же время теплота от рабочего тела отводится в окружающую среду.

Аналогичный анализ можно сделать для процесса сжатия газа.

Пользуясь изображением термодинамического политропного процесса на  $p-v$ - и  $T-s$ -диаграммах, можно путем интерполяции найти показатель политропы и определить все интересующие нас величины для данного процесса: основные параметры состояния, соотношения между ними, работу, изменения внутренней энергии, энтальпии и т.п.